

Perturbacje różnicowe metody analityczne

Justyna Gołębowska, Edwin Wnuk

Obserwatorium Astronomiczne
Uniwersytetu im. A. Mickiewicza

Ciążeń, 17 V 2006

Spis treści

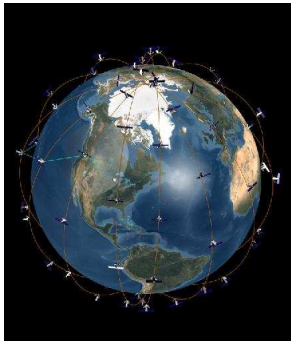
- 1 Wstęp
 - Formacje satelitarne
 - Ruch względny
- 2 Perturbacje różnicowe
 - Perturbacje różnicowe w elementach
 - Perturbacje różnicowe w składowych RTN
- 3 Wyniki

Spis treści

- 1 Wstęp
 - Formacje satelitarne
 - Ruch względny
- 2 Perturbacje różnicowe
 - Perturbacje różnicowe w elementach
 - Perturbacje różnicowe w składowych RTN
- 3 Wyniki

Formacje satelitarne - grupy satelitów razem pracujących i poruszających się w ściśle określonej konfiguracji.

Rodzaje konfiguracji



Konstelacje



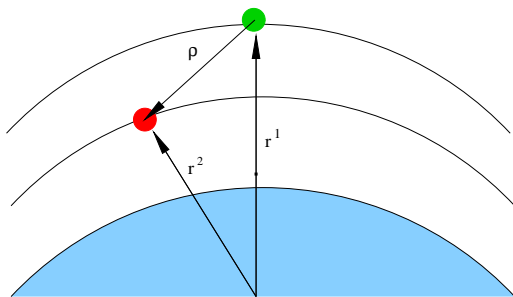
Formacje

Planowane misje

Rok	Misja
1999	New Millennium Program (NMP) EO-1
2001	University Nanosats/Air Force Research Laboratory
2001	Gravity Recovery and Climate Recovery (GRACE)
2003	University Nanosats/Air Force Research Laboratory Nanosat 1
2003	University Nanosats/Air Force Research Laboratory Nanosat 2
2003	NMP ST-5 Nanosat Constellation Trailblazer
2005	Auroral Multiscale Mission (AMM)/APL (MIDEX)
2005	Magnetospheric Multiscale (MMS)
2005	Space Interferometry Mission (SIM)
2007	Global Precipitation Mission (EOS-9)
2007	Geospace Electrodynamic Connections (GEC)
2008	Constellation-X
2008	Magnetospheric Constellation (MC)
2008	Laser Interferometric Space Antenna (LISA)
2009	DARWIN Space Infrared Interferometer/European Space Agency
2011	Terrestrial Planet Finder
2014	Leonardo (GSFC)
2010+	Soil Moisture and Ocean Salinity Observing Mission (EX-4)
2010+	Time-Dependent Gravity Field Mapping Mission (EX-5)
2010+	Vegetation Recovery Mission (EX-6)
2010+	Cold Land Processes Research Mission (EX-7)
2019	Submillimeter Probe of the Evolution of Cosmic Structure (SPECS)
2020	MAXIM X-ray Interferometry Mission
2020	Solar Flotilla, IHC, OHRM, OHRI, ITM, IMC, DSB Con

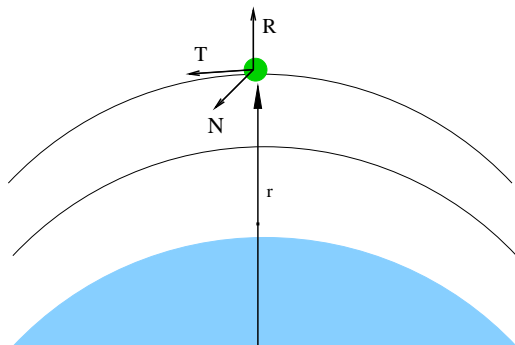
www.nasa.gov

Ruch względny



$$\vec{\rho} = \Delta \vec{r}(t) = \vec{r}_2(t) - \vec{r}_1(t).$$

Układ współrzędnych RTN związany z satelitą S_i .



Spis treści

- 1 Wstęp
 - Formacje satelitarne
 - Ruch względny
- 2 **Perturbacje różnicowe**
 - Perturbacje różnicowe w elementach
 - Perturbacje różnicowe w składowych RTN
- 3 Wyniki

Perturbacje różnicowe

W elementach

$$\Delta(\delta\varepsilon^n(t)) = \delta\varepsilon_2^n(t) - \delta\varepsilon_1^n(t)$$

gdzie $\delta\vec{\varepsilon}_i^n(t) = \vec{\varepsilon}_i^n(t) - \vec{\varepsilon}_i^{0,n}$ $i = 1, 2, \quad n = 1, 2, \dots, 6$

Perturbacje różnicowe

W elementach

$$\Delta(\delta\varepsilon^n(t)) = \delta\varepsilon_2^n(t) - \delta\varepsilon_1^n(t)$$

gdzie $\delta\vec{\varepsilon}_i^n(t) = \vec{\varepsilon}_i^n(t) - \vec{\varepsilon}_i^{0,n}$ $i = 1, 2, \quad n = 1, 2, \dots, 6$

W położeniach satelitów

$$\Delta(\delta\vec{r}(t)) = \delta\vec{r}_2(t) - \delta\vec{r}_1(t)$$

gdzie $\delta\vec{r}_i(t) = \vec{r}_i(t) - \vec{r}_i^0(t)$ $i = 1, 2$

Perturbacje różnicowe w elementach

$$\Delta(\delta\varepsilon_i) = \sum_{j=1}^6 \frac{\partial \delta\varepsilon_i}{\partial \varepsilon_j} d\varepsilon_j + \dots$$

$$\delta\varepsilon_i^* = \sum_{m=0}^N \sum_{k=-N}^N \sum_{q=-Q}^Q \left(U_{mkq}^i \cos \psi + W_{mkq}^i \sin \psi \right), \quad i = 1, 2, 3$$

$$\delta\varepsilon_i = \sum_{m=0}^N \sum_{k=-N}^N \sum_{q=-Q}^Q \left(U_{mkq}^i \sin \psi - W_{mkq}^i \cos \psi \right), \quad i = 4, 5, 6$$

gdzie: $\varepsilon_1 = a$, $\varepsilon_2 = e$, $\varepsilon_3 = l$, $\varepsilon_4 = \omega$, $\varepsilon_5 = \Omega$, $\varepsilon_6 = M$ i

$\psi = \psi_{mkq} = k\omega + (k+q)M + m(\Omega - \Theta) + (k-m)\frac{\pi}{2}$.

Amplitudy U_{mkq}^i i W_{mkq}^i - są funkcjami a , e , l oraz \bar{C}_{lm} , \bar{S}_{lm}

* Wnuk, E., "Tesseral Harmonic Perturbations in the Keplerian Orbital Elements", Acta Astronomica, vol. 40, p. 191 (1990).

Perturbacje spowodowane ziemskim polem grawitacyjnym

$$\frac{\partial \delta a}{\partial a} = \sum_{m=0}^N \sum_{k=-N}^N \sum_{q=-Q}^Q \left(\gamma_{km} \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{\psi} \frac{\partial \bar{Q}_{jm}^{kq*}}{\partial a} + \frac{\partial(1/\psi)}{\partial a} 2an \bar{Q}_{jm}^{kq} \right] (\bar{C}_{jm} \cos \psi + \bar{S}_{jm} \sin \psi) \right)$$

Perturbacje spowodowane ziemskim polem grawitacyjnym

$$\frac{\partial \delta a}{\partial a} = \sum_{m=0}^N \sum_{k=-N}^N \sum_{q=-Q}^Q \left(\gamma_{km} \sum_{j=j_1}^N \left[\frac{1}{\dot{\psi}} \frac{\partial \bar{Q}_{jm}^{kq*}}{\partial a} + \frac{\partial(1/\dot{\psi})}{\partial a} 2an \bar{Q}_{jm}^{kq} \right] (\bar{C}_{jm} \cos \psi + \bar{S}_{jm} \sin \psi) \right)$$

Perturbacje spowodowane grawitacyjnym wpływem Słońca

$$\frac{\partial \delta a}{\partial a} = 2 \sum_{in} \left[(l - 2p + q) \left(\frac{1}{\dot{\psi}} \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{A_{in}}{na} \right) + \frac{A_{in}}{na} \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{\dot{\psi}} \right) \right) \right] \cos \psi$$

Perturbacje spowodowane grawitacyjnym wpływem Księżyca

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta a}{\partial a} &= 2 \sum_{in} \left\{ \left[(l - 2p + q) \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{A_{in}}{na} \right) \right] \left[\frac{U_{in}^-}{\dot{\psi}_{in}^+} \cos \psi_{in}^+ + \frac{U_{in}^+}{\dot{\psi}_{in}^-} \cos \psi_{in}^- \right] \right. \\ &+ \left. \frac{A_{in}}{na} (l - 2p + q) \left[U_{in}^- \cos \psi_{in}^+ \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{\dot{\psi}_{in}^+} \right) + U_{in}^+ \cos \psi_{in}^- \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{\dot{\psi}_{in}^-} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

Perturbacje różnicowe w składowych RTN
związanych z satelitą S_1

$$\Delta(\delta\vec{r}(t)) = \delta\vec{r}_2(t) - \delta\vec{r}_1(t) = \Delta r_1 \vec{e}_1^r + \Delta\lambda_1 \vec{e}_1^t + \Delta b_1 \vec{e}_1^n,$$

Składowe perturbacji różnicowych:

$$\Delta r_1 = \delta r_2 \alpha_{11} + \delta \lambda_2 \alpha_{12} + \delta b_2 \alpha_{13} - \delta r_1,$$

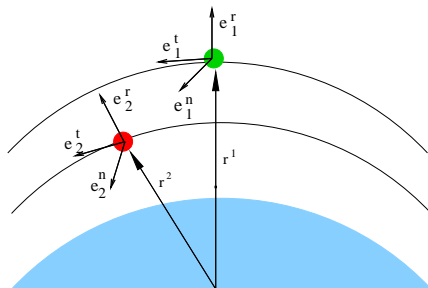
$$\Delta \lambda_1 = \delta r_2 \alpha_{21} + \delta \lambda_2 \alpha_{22} + \delta b_2 \alpha_{23} - \delta \lambda_1,$$

$$\Delta b_1 = \delta r_2 \alpha_{31} + \delta \lambda_2 \alpha_{32} + \delta b_2 \alpha_{33} - \delta b_1,$$

Kosinusy Kierunkowe:

$$\alpha_{ij} = \vec{e}_1^i \cdot \vec{e}_2^j$$

gdzie: $\vec{e}^r, \vec{e}^t, \vec{e}^n$ - wektory jednostkowe opisujące układ RTN.



Perturbacje spowodowane ziemskim polem grawitacyjnym

$$\begin{Bmatrix} \delta r \\ \delta \lambda \\ \delta b \end{Bmatrix} = \left(\sum_{h=-H}^H A_w \right) (t - t_0) + \sum_{mkqh} A_o \frac{\sin}{\cos} (\psi \pm hM)$$

Gdzie:

$$\begin{aligned} \psi &= [(l - 2p)\omega + (l - 2p + q)M + m(\Omega - \Theta)] \\ A_w &= A_w(a, e, X_h^{l,n}(i), M, \dot{M}, \dot{\omega}, \dot{\Omega}) \\ A_o &= A_o(a, e, X_h^{l,n}(i)) \end{aligned}$$

$X_k^{l,n} = X_k^{l,n}(e)$ - współczynniki Hansena

Perturbacje spowodowane grawitacyjnym wpływem Księżyca

$$\begin{Bmatrix} \delta r \\ \delta \lambda \\ \delta b \end{Bmatrix} = \left(\sum_{h=-H}^H A_{lw} \right) (t - t_0) + \sum_{in} A_{lo} \frac{\sin}{\cos} (\psi_l^\pm \pm hM)$$

Perturbacje spowodowane grawitacyjnym wpływem Słońca

$$\begin{Bmatrix} \delta r \\ \delta \lambda \\ \delta b \end{Bmatrix} = \left(\sum_{h=-H}^H A_{sw} \right) (t - t_0) + \sum_{in} A_{so} \frac{\sin}{\cos} (\psi_s \pm hM)$$

Gdzie:

$$\begin{aligned} A_{lw,sw} &= A_{lw,sw}(a, e, X_h^{l,n}(i), M, \dot{M}, \dot{\omega}, \dot{\Omega}) & A_{lo,sw} &= A_{lo,so}(a, e, n, X_h^{l,n}(i), \psi^\pm) \\ \psi_l^\pm &= [(l-2p)\omega + (l-2q+j)M + m\Omega] \pm [(l-2q)\omega_l + (l-2q+j)M_l + S(\Omega_l - \frac{\pi}{2})] \\ \psi_s &= (l-2p)\omega + (l-2p+j)M + m\Omega - (l-2q)\omega_s - (l-2q+r)M_s - m\Omega_s \end{aligned}$$

Spis treści

- 1 Wstęp
 - Formacje satelitarne
 - Ruch względny
- 2 Perturbacje różnicowe
 - Perturbacje różnicowe w elementach
 - Perturbacje różnicowe w składowych RTN
- 3 Wyniki

Porównanie wyników

- $\Delta \vec{r}_1$ - Perturbacje różnicowe w położeniu wyznaczone na podstawie perturbacji różnicowych obliczonych w elementach.
- $\Delta \vec{r}_2$ - Perturbacje różnicowe w położeniu wyznaczone na podstawie perturbacji różnicowych obliczonych w składowych RTN.
- $\Delta \vec{r}_3$ - Perturbacje różnicowe w położeniu wyznaczone z różnic perturbacji w elementach ($\delta \varepsilon_2^n(t) - \delta \varepsilon_1^n(t)$)

Porównanie wyników

- $\Delta \vec{r}_1$ - Perturbacje różnicowe w położeniu wyznaczone na podstawie perturbacji różnicowych obliczonych w elementach.
- $\Delta \vec{r}_2$ - Perturbacje różnicowe w położeniu wyznaczone na podstawie perturbacji różnicowych obliczonych w składowych RTN.
- $\Delta \vec{r}_3$ - Perturbacje różnicowe w położeniu wyznaczone z różnic perturbacji w elementach ($\delta \varepsilon_2^n(t) - \delta \varepsilon_1^n(t)$)

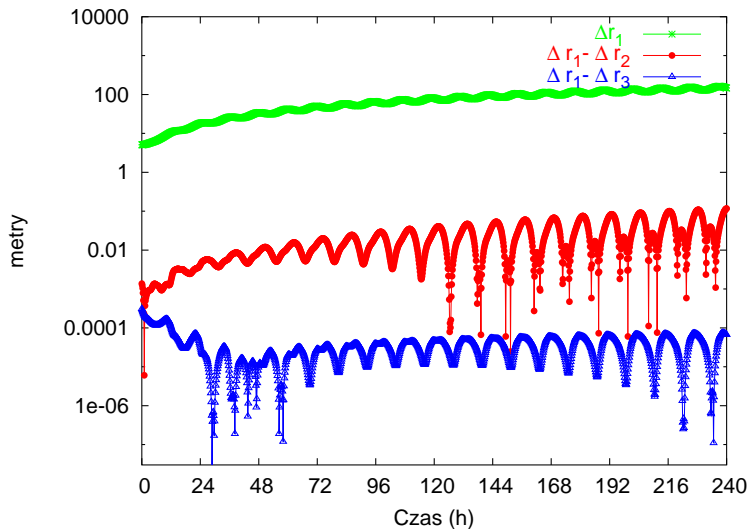
Uwzględniane siły zaburzające

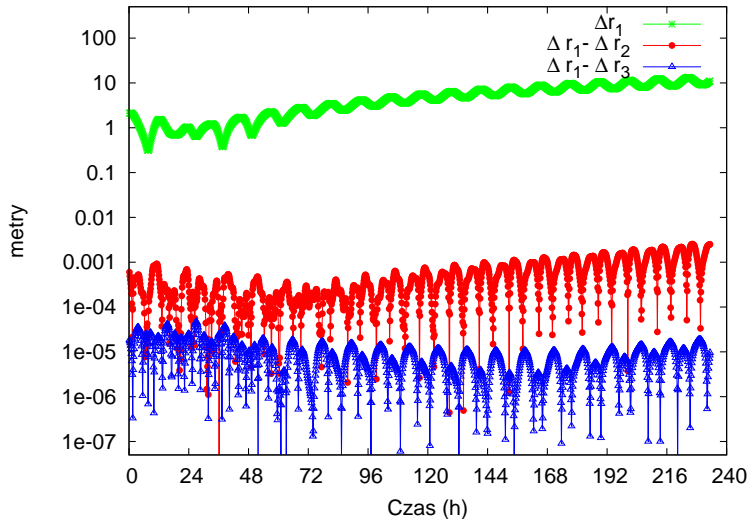
- Ziemskie pole grawitacyjne do 20 rzędu i stopnia harmonik
- Grawitacyjny wpływ Księżyca
- Grawitacyjny wpływ Słońca

Początkowe elementy orbitalne

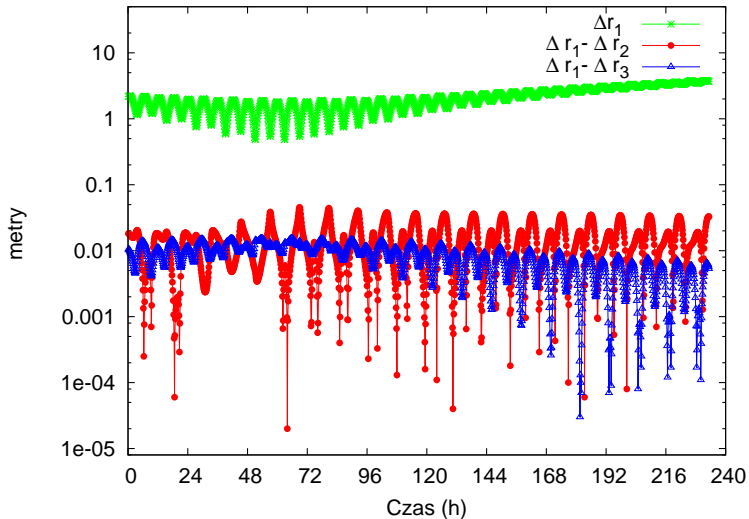
sat.	a (km)	e	$l(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	M ($^{\circ}$)	n (1/d)
1	26 378.0	0.1	15.00	0.00	0.000	0.00	2.026
2	26 378.0	0.1	15.00	0.00	0.005	0.01	2.026

Początkowa wzajemna odległość 3.4 km.

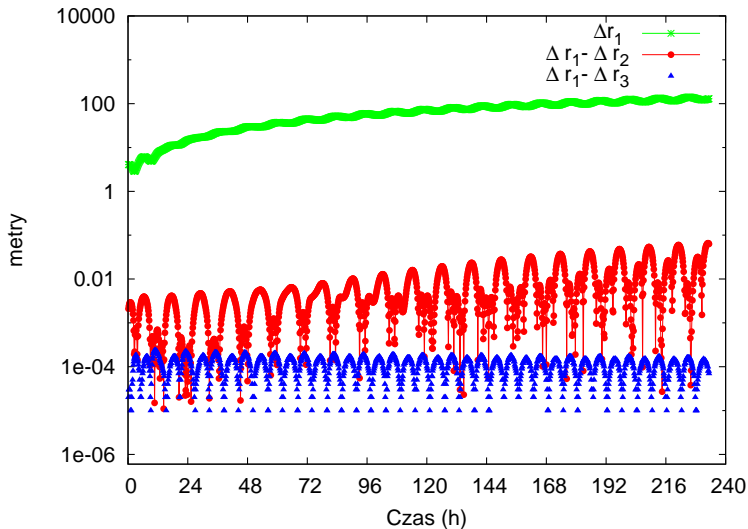
Perturbacje różnicowe ($h = 20000\text{km}$). Wpływ pola grawitacyjnego Ziemi.

Perturbacje różnicowe ($h = 20000\text{km}$). Wpływ Księżyca.

Perturbacje różnicowe ($h = 20000\text{km}$). Wpływ Słońca.



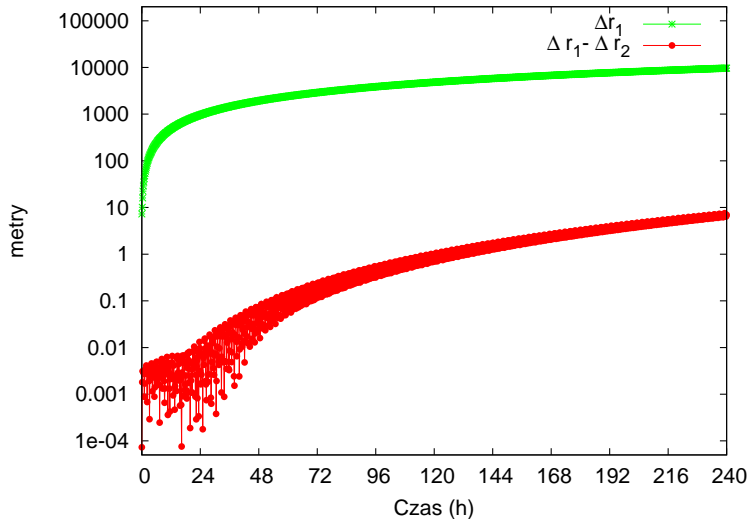
Perturbacje różnicowe ($h = 20000\text{km}$). Wpływ Księżyca i pola grawitacyjnego Ziemi.



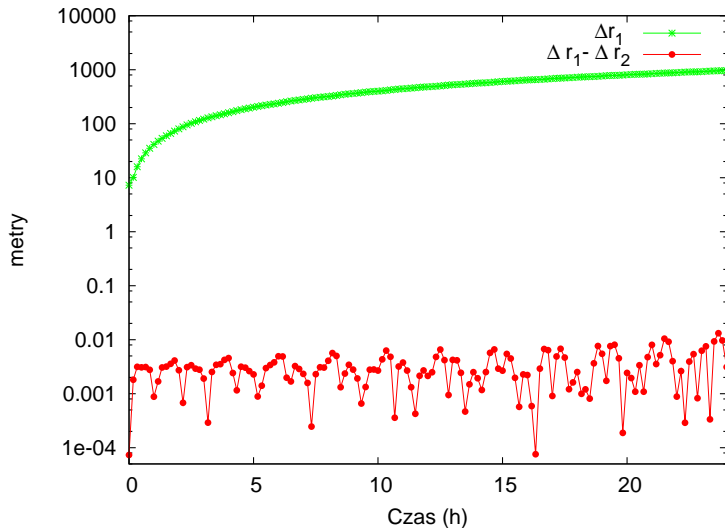
Początkowe elementy orbitalne

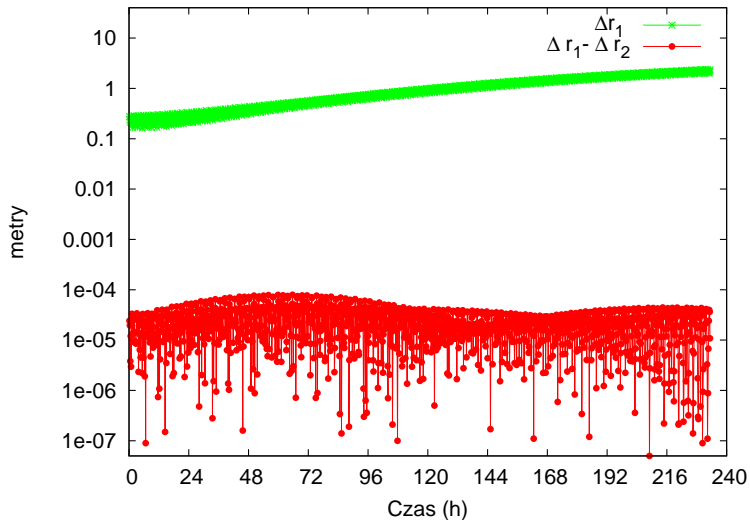
sat.	a (km)	e	$l(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	M ($^{\circ}$)	n (1/d)
1	7 878.0	0.02	89.000	0.00	0.000	0.00	12.42
2	7 878.0	0.02	89.001	0.05	0.05	0.01	12.42

Początkowa wzajemna odległość 6.9 km.

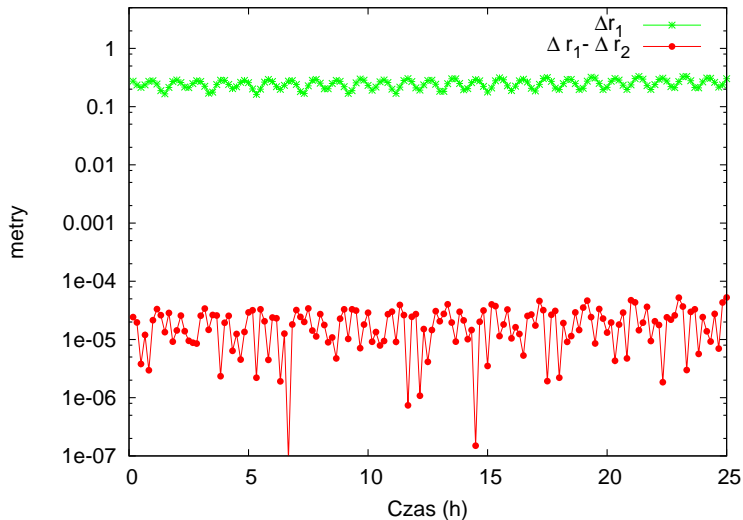
Perturbacje różnicowe ($h = 1500\text{ km}$). Wpływ pola grawitacyjnego Ziemi.

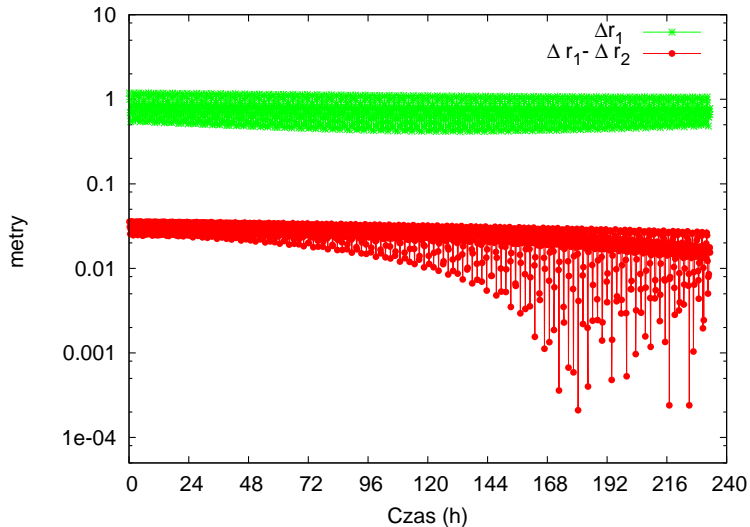
Perturbacje różnicowe ($h = 1500\text{ km}$). Wpływ pola grawitacyjnego Ziemi.



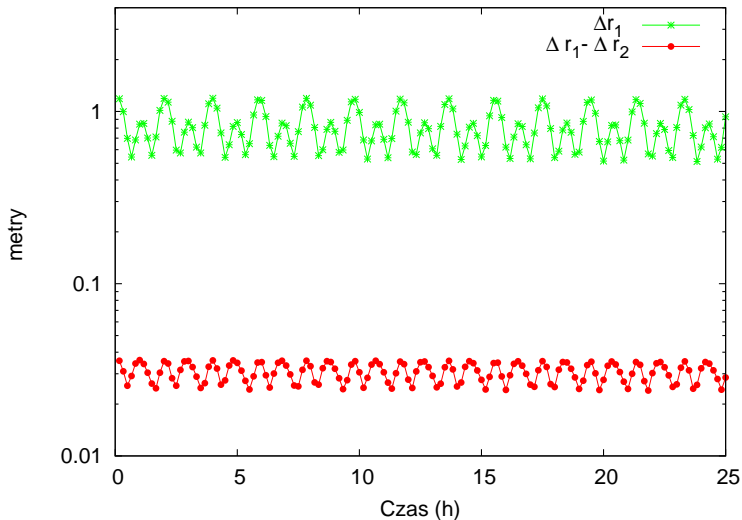
Perturbacje różnicowe ($h = 1500\text{ km}$). Wpływ Księżyca.

Perturbacje różnicowe ($h = 1500\text{ km}$). Wpływ Księżyca



Perturbacje różnicowe ($h = 1500\text{ km}$). Wpływ Słońca.

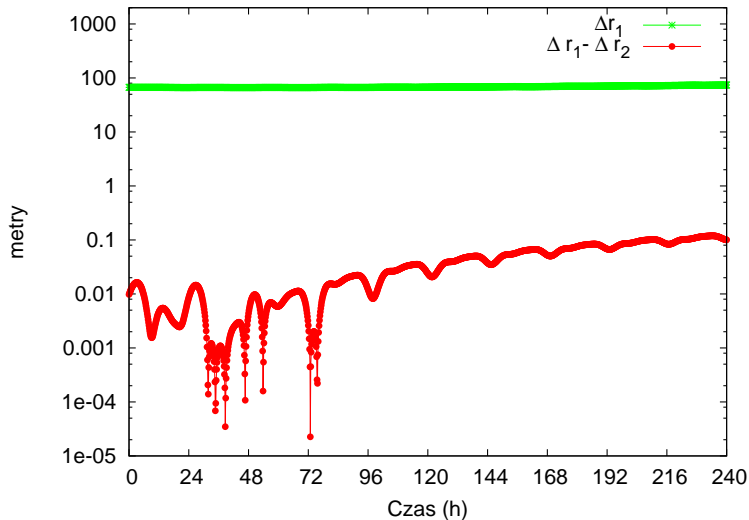
Perturbacje różnicowe ($h = 1500\text{ km}$). Wpływ Słońca.

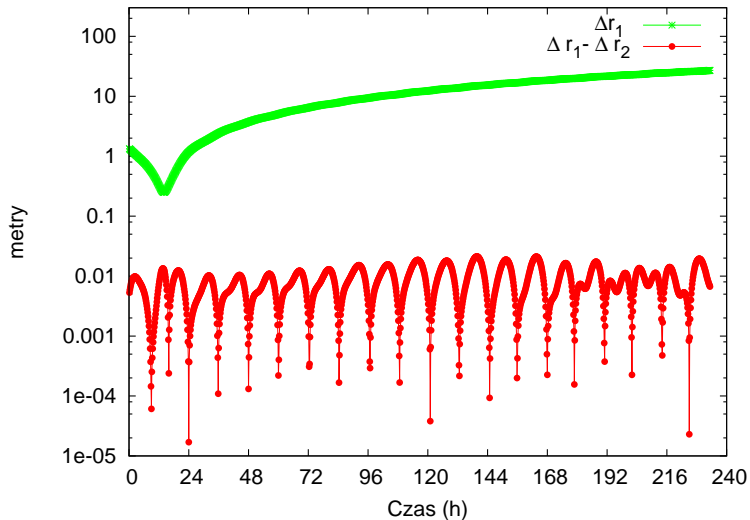


Początkowe elementy orbitalne

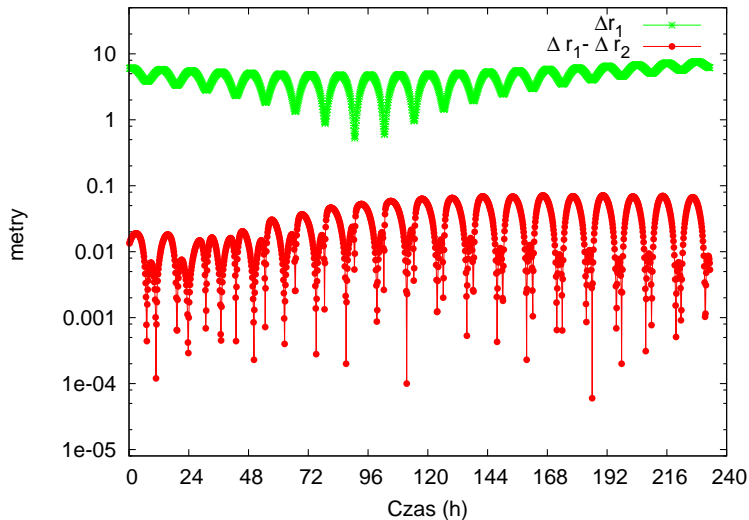
sat.	a (km)	e	$l(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	M ($^{\circ}$)	n (1/d)
1	42 000.0	0.001	5.000	0.000	0.00	0.00	1.009
2	42 000.0	0.001	5.001	0.001	0.00	0.00	1.009

Początkowa wzajemna odległość 7.8 km.

Perturbacje różnicowe ($h = 35622\text{km}$). Wpływ pola grawitacyjnego Ziemi.

Perturbacje różnicowe ($h = 35622\text{km}$). Wpływ Księżyca.

Perturbacje różnicowe ($h = 35622\text{km}$). Wpływ Słońca.



Wnioski

Dwie analityczne metody wyznaczania perturbacji różnicowych.

- 1 W elementach
- 2 W składowych RTN

Wnioski

Dwie analityczne metody wyznaczania perturbacji różnicowych.

- 1 W elementach
- 2 W składowych RTN

Możliwość stosowania dowolnych elementów początkowych.

Dziękuję za uwagę!