

Orbity stacjonarne w obłoku Oorta

Sławomir Breiter (UAM),

Marc Fouchard (Univ. Lille, IMCCE Paryż),

Roman Ratajczak (UAM)

Pływy galaktyczne w Obłoku Oorta

Heliocentryczny ruch keplerowski zaburzamy różnicowym potencjałem Galaktyki (pływy galaktyczne).

Płaszczyzna Oxy równoległa do dysku galaktycznego, oś Ox do centrum.

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1,$$

$$\mathcal{H}_0 = \frac{1}{2} (X^2 + Y^2 + Z^2) - \frac{\mu}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

Pływy galaktyczne w Obłoku Oorta

Pływy dysku galaktycznego

$$\mathcal{H}_1 = \frac{1}{2}G_3 z^2.$$

Pływy galaktyczne w Obłoku Oorta

Pływy dysku galaktycznego

$$\mathcal{H}_1 = \frac{1}{2}G_3 z^2.$$

Pełen potencjał pływów w układzie obracającym się z Galaktyką

$$\mathcal{H}_1 = \Omega_0 (y X - x Y) + \frac{1}{2} (G_2 (y^2 - x^2) + G_3 z^2).$$

Elementy wektorowe

Milankovich (1939), Musen (1961), Allan and Cook (1964)

$$\vec{e} \equiv \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = e \begin{pmatrix} \cos \omega \cos \Omega - c \sin \omega \sin \Omega \\ \cos \omega \sin \Omega + c \sin \omega \cos \Omega \\ s \sin \omega \end{pmatrix},$$

$$\vec{h} \equiv \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = \sqrt{1 - e^2} \begin{pmatrix} s \sin \Omega \\ -s \cos \Omega \\ c \end{pmatrix}.$$

6 współrzędnych minus 2 równania więzów ...

$$e^2 + h^2 = 1, \quad \vec{e} \cdot \vec{h} = 0.$$

... to akurat 4 (g, G, h, H)

ale bez osobliwości

Niekanoniczny formalizm Hamiltona

$$\vec{v} = (h_1, h_2, h_3, e_1, e_2, e_3)^T$$

Nawias Poissona

$$(f; g) \equiv \left(\frac{\partial f}{\partial \vec{v}} \right)^T \mathbf{J}(\vec{v}) \frac{\partial g}{\partial \vec{v}},$$

$$\mathbf{J}(\vec{v}) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{h}} & \hat{\mathbf{e}} \\ \hat{\mathbf{e}} & \hat{\mathbf{h}} \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{x}} \vec{y} = \vec{x} \times \vec{y}.$$

Hamiltonian po uśrednieniu pierwszego rzędu

$$\mathcal{K} = \frac{5}{4} \nu (e_1^2 - e_2^2) - \frac{5}{4} e_3^2 - \frac{1 + \nu}{4} h_1^2 - \frac{1 - \nu}{4} h_2^2 + \frac{n \nu}{\Omega_0} h_3,$$

$$\nu = \frac{G_2}{G_3} = \frac{\Omega_0^2}{G_3} \approx 0.125.$$

Elegancka forma kwadratowa

„odpowiednia jednostka czasu”

Równania ruchu NIECAŁKOWALNE

$$h'_1 = -\frac{5}{2}(1-\nu)e_2e_3 + \frac{1-\nu}{2}h_2h_3 + \frac{n\nu}{\Omega_0}h_2,$$

$$h'_2 = \frac{5}{2}(1+\nu)e_1e_3 - \frac{1+\nu}{2}h_1h_3 - \frac{n\nu}{\Omega_0}h_1,$$

$$h'_3 = \nu(h_1h_2 - 5e_1e_2),$$

$$e'_1 = -\frac{4+\nu}{2}h_2e_3 + \frac{5}{2}\nu h_3e_2 + \frac{n\nu}{\Omega_0}e_2,$$

$$e'_2 = \frac{4-\nu}{2}h_1e_3 + \frac{5}{2}\nu h_3e_1 - \frac{n\nu}{\Omega_0}e_1,$$

$$e'_3 = \frac{1-4\nu}{2}h_1e_2 - \frac{1+4\nu}{2}h_2e_1.$$

Orbity stacjonarne: położenie równowagi

~~$$\begin{aligned}
 h'_1 &= -\frac{5}{2}(1-\nu)e_2e_3 + \frac{1-\nu}{2}h_2h_3 + \frac{n\nu}{\Omega_0}h_2, \\
 h'_2 &= \frac{5}{2}(1+\nu)e_1e_3 - \frac{1+\nu}{2}h_1h_3 - \frac{n\nu}{\Omega_0}h_1, \\
 h'_3 &= \nu(h_1h_2 - 5e_1e_2), \\
 e'_1 &= -\frac{4+\nu}{2}h_2e_3 + \frac{1+\nu}{2}h_3e_2 + \frac{n\nu}{\Omega_0}e_2, \\
 e'_2 &= \frac{4-\nu}{2}h_1e_3 + \frac{5}{2}\nu h_3e_1 - \frac{n\nu}{\Omega_0}e_1, \\
 e'_3 &= \frac{1-4\nu}{2}h_1e_2 - \frac{1+4\nu}{2}h_2e_1.
 \end{aligned}$$~~

= 0

Orbita średnia będzie wtedy trwale zorientowana w układzie związanym z Galaktyką
 = rozwiązanie okresowe w układzie nieuśrednionym

CO ZNAJDUJEMY ?

ORBITY STACJONARNE dla dowolnej półosi wielkiej

- Orbity prostoliniowe ($e=1$) wzdłuż osi Oz [R]

ORBITY STACJONARNE dla dowolnej półosi wielkiej

- Orbity prostoliniowe ($e=1$) wzdłuż osi Oz [**R**]
- Orbity kołowe w pł. Oxy , proste i wsteczne [**C0p, C0r**]

“SYMETRYCZNE” ORBITY STACJONARNE

“SYMETRYCZNE” ORBITY STACJONARNE

- Wsteczne orbity eliptyczne w pł. Oxy, linia apsyd wzdłuż Ox [**D1**] $a > 207$ kAU

“SYMETRYCZNE” ORBITY STACJONARNE

- Wsteczne orbity eliptyczne w pł. Oxy, linia apsyd wzdłuż Ox [**D1**] $a > 207$ kAU
- Proste orbity eliptyczne w pł. Oxy, linia apsyd wzdłuż Oy [**D2**] $a > 207$ kAU

“SYMETRYCZNE” ORBITY STACJONARNE

- Wsteczne orbity eliptyczne w pł. Oxy, linia apsyd wzdłuż Ox [**D1**] $a > 207$ kAU
- Proste orbity eliptyczne w pł. Oxy, linia apsyd wzdłuż Oy [**D2**] $a > 207$ kAU
- Nachylone orbity kołowe proste, linia węzłów wzdłuż Ox [**C1**] $a > 166$ kAU

“SYMETRYCZNE” ORBITY STACJONARNE

- Wsteczne orbity eliptyczne w pł. Oxy, linia apsyd wzdłuż Ox [**D1**] $a > 207$ kAU
- Proste orbity eliptyczne w pł. Oxy, linia apsyd wzdłuż Oy [**D2**] $a > 207$ kAU
- Nachylone orbity kołowe proste, linia węzłów wzdłuż Ox [**C1**] $a > 166$ kAU
- Nachylone orbity kołowe proste, linia węzłów wzdłuż Oy [**C2**] $a > 140$ kAU

“SYMETRYCZNE” ORBITY STACJONARNE (c.d.)

- Orbity eliptyczne proste, linia węzłów wzdłuż Ox, linia apsyd w pł. Oyz [E1]
 $56 < a < 169$ kAU

“SYMETRYCZNE” ORBITY STACJONARNE (c.d.)

- Orbity eliptyczne proste, linia węzłów wzdłuż Ox, linia apsyd w pł. Oyz [E1]
 $56 < a < 169$ kAU
- Orbity eliptyczne proste, linia węzłów wzdłuż Oy, linia apsyd w pł. Oxz [E2]
 $54 < a < 159$ kAU

ASYMETRYCZNE ORBITY STACJONARNE

ASYMETRYCZNE ORBITY STACJONARNE

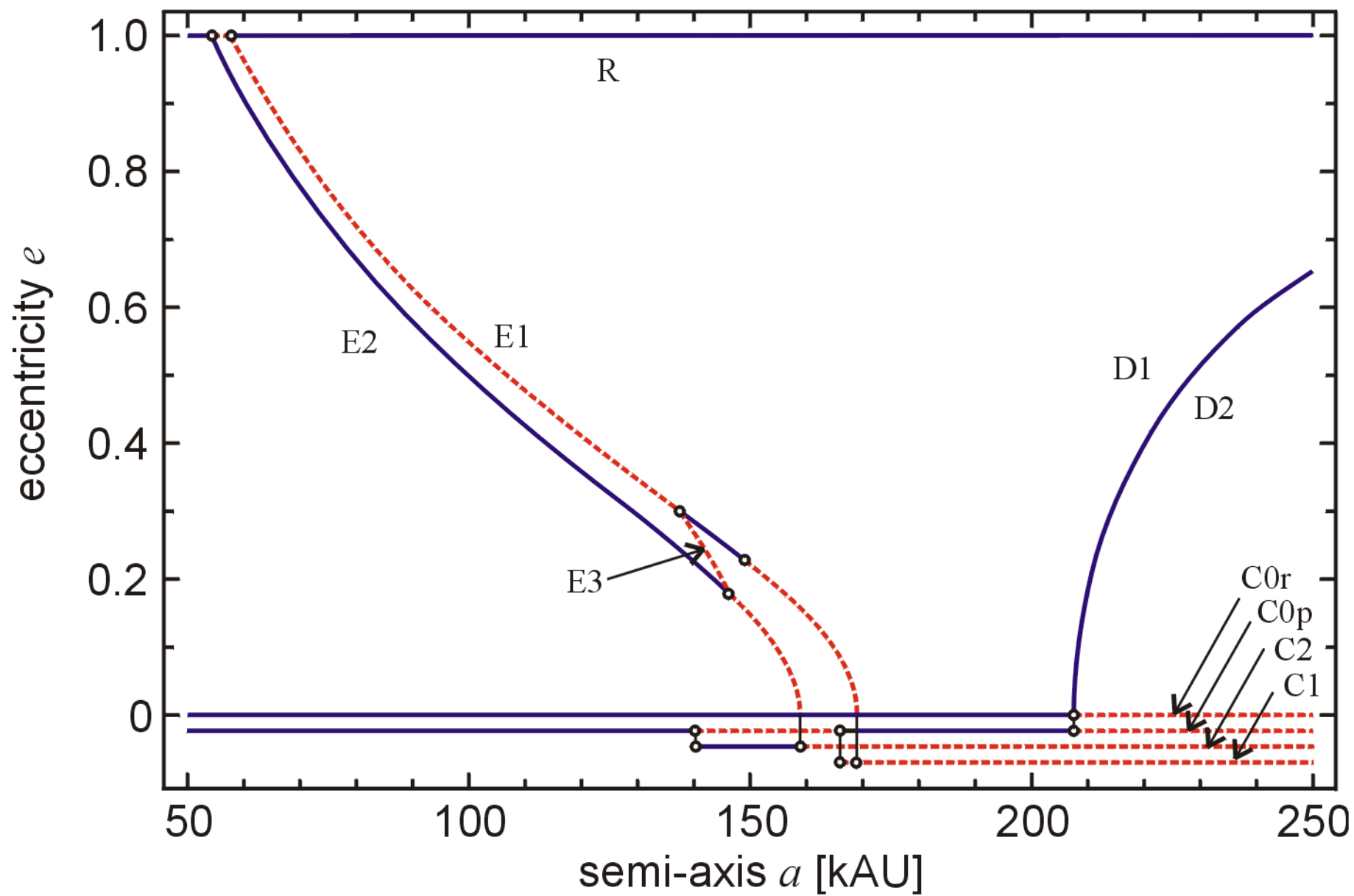
- Cztery rodzaje orbit eliptycznych prostych [E3]

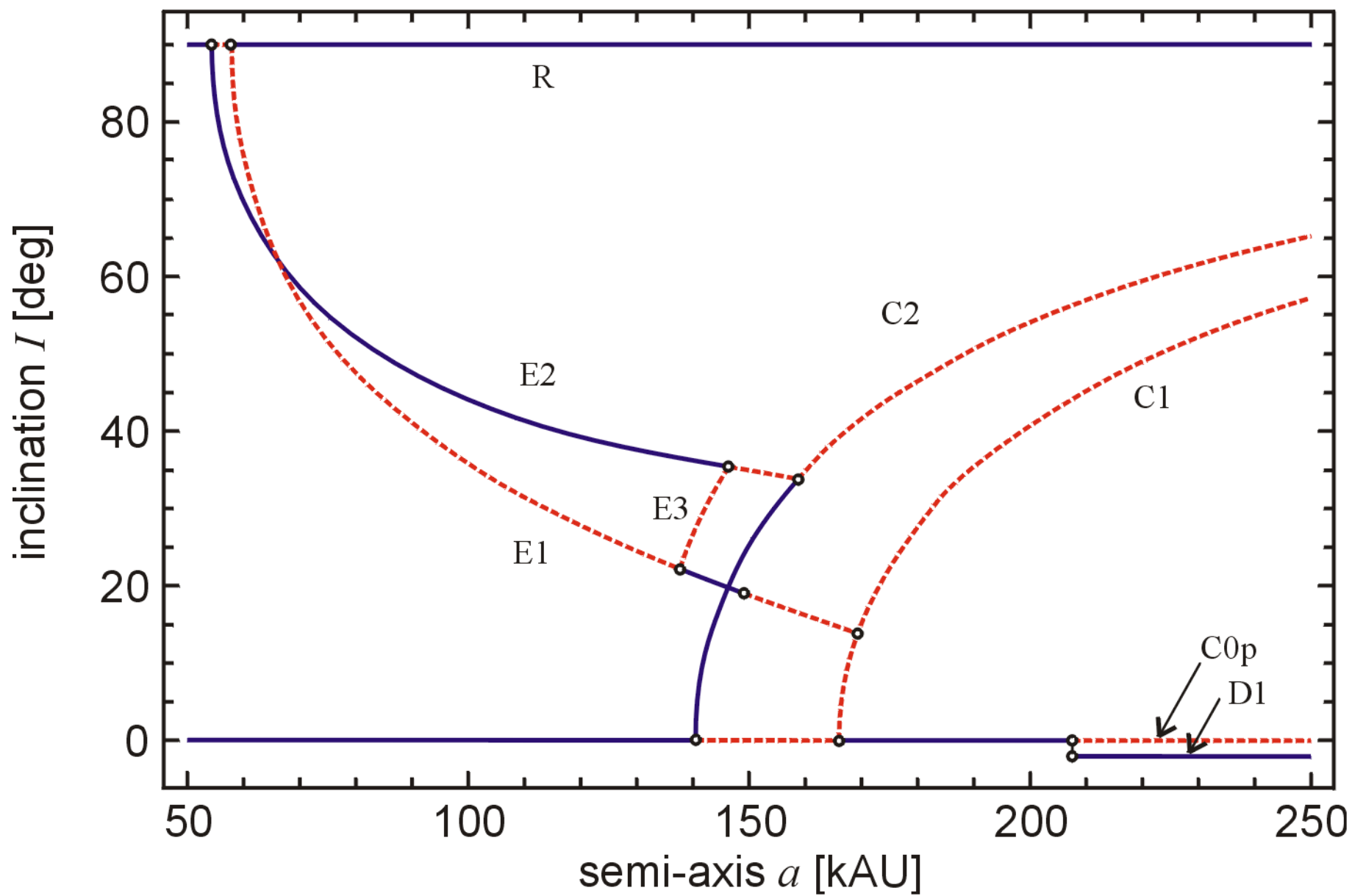
$$138 < a < 147 \text{ kAU}$$

RAZEM: 16 typów orbit

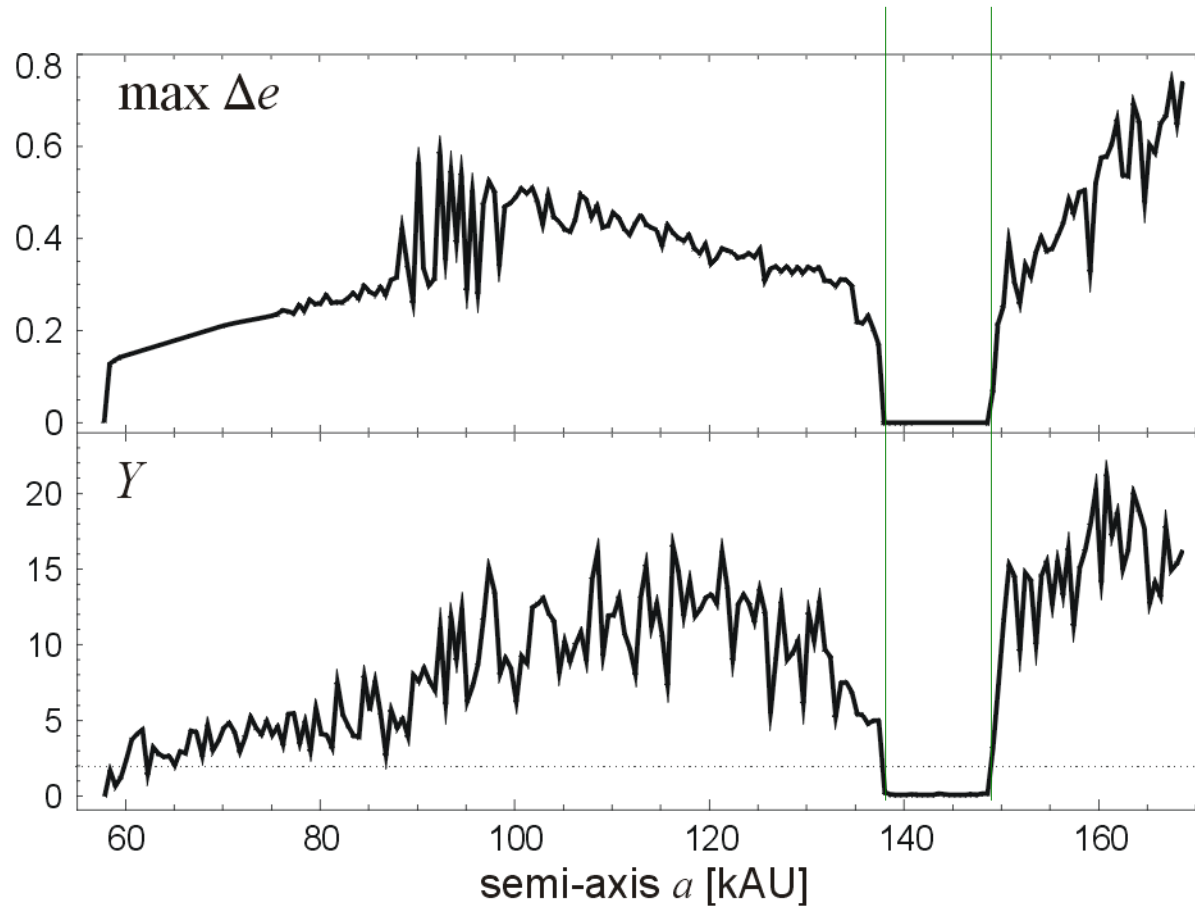
BADANIE STABILNOŚCI

- Analitycznie: wartości własne macierzy równań wariacyjnych
- Numerycznie: śledzenie maksymalnej wartości różnicy między początkową a bieżącą wartością zmiennych
- CHAOS ? : Wyliczamy współczynnik MEGNO
 $Y = 0$ lub $Y=2$ lub $Y = (L/2) t + \text{const}$
- Metoda *Energy-Casimir* nie sprawdziła się...

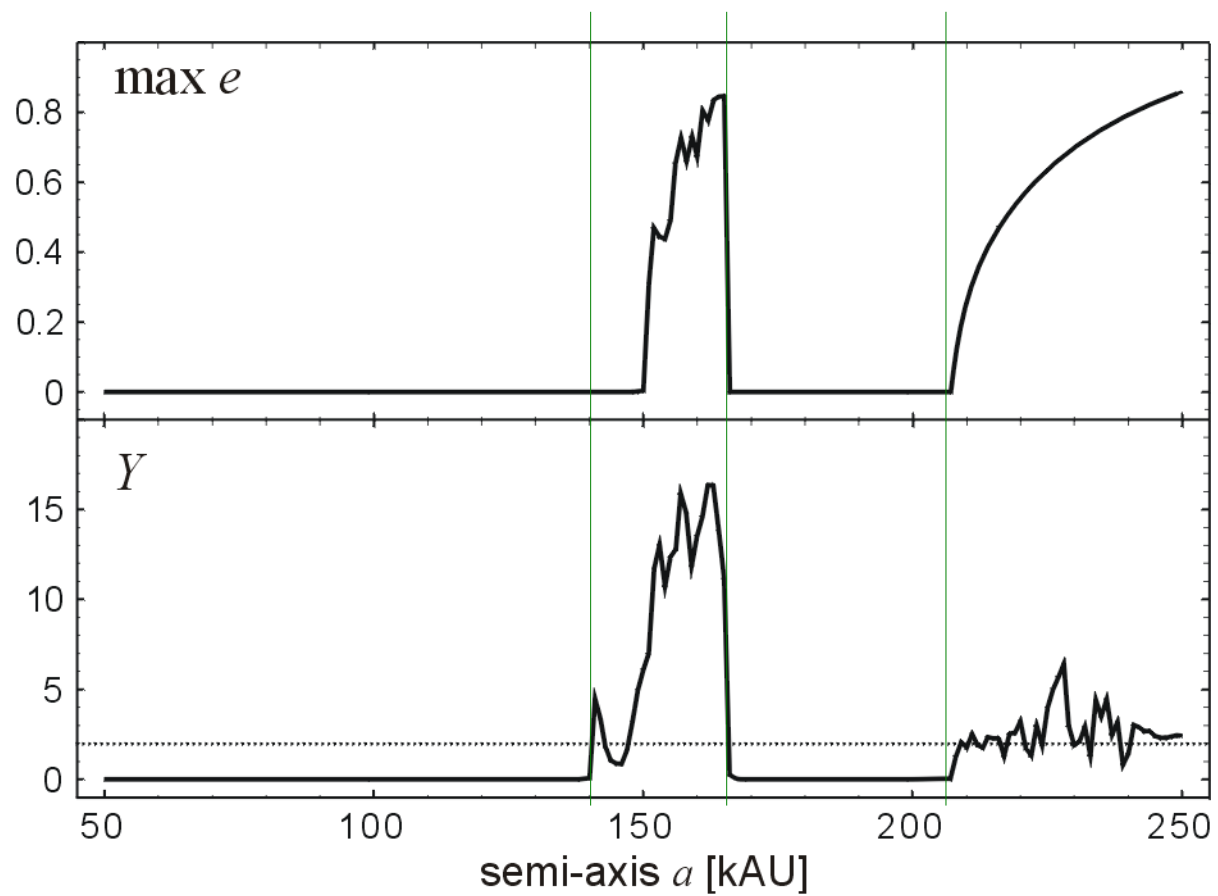




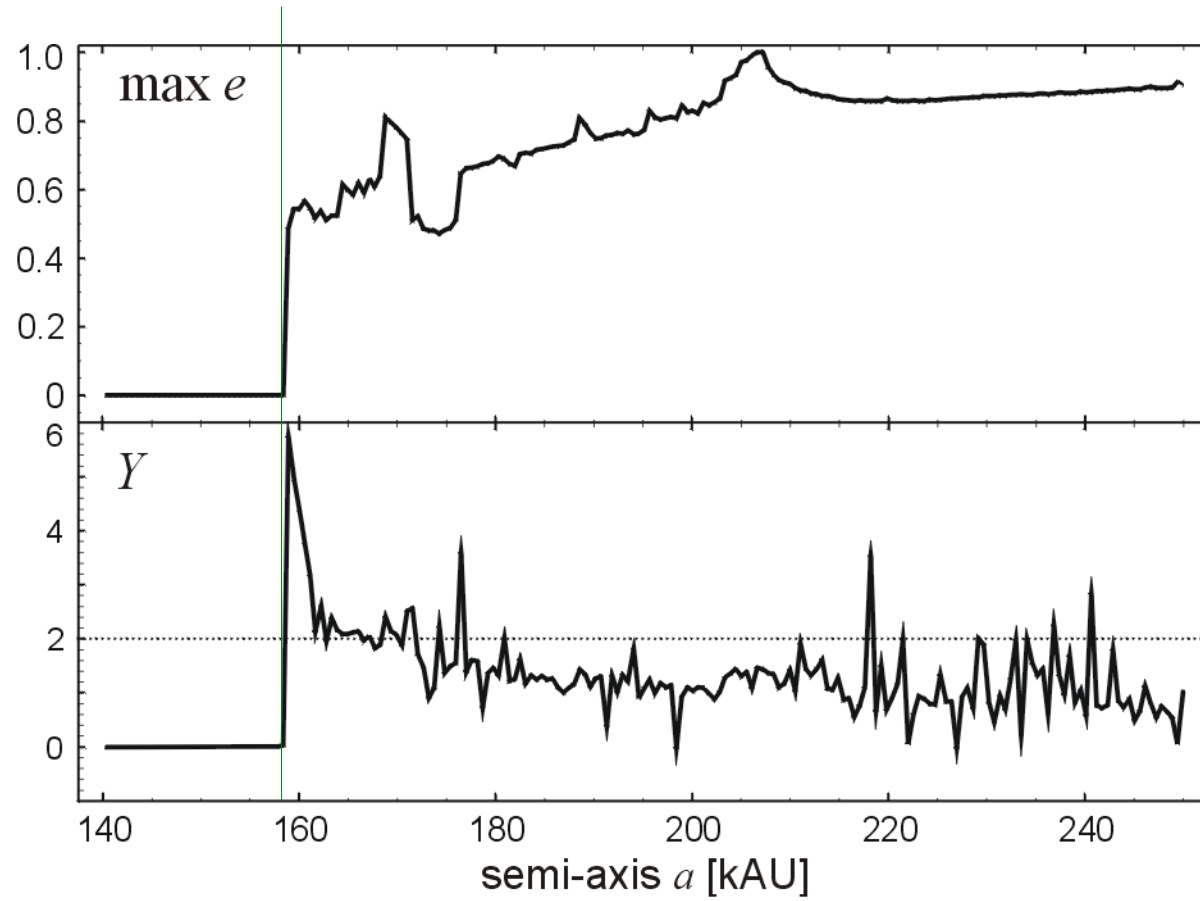
ORBITY E1 (eliptyczne, węzły do centrum)



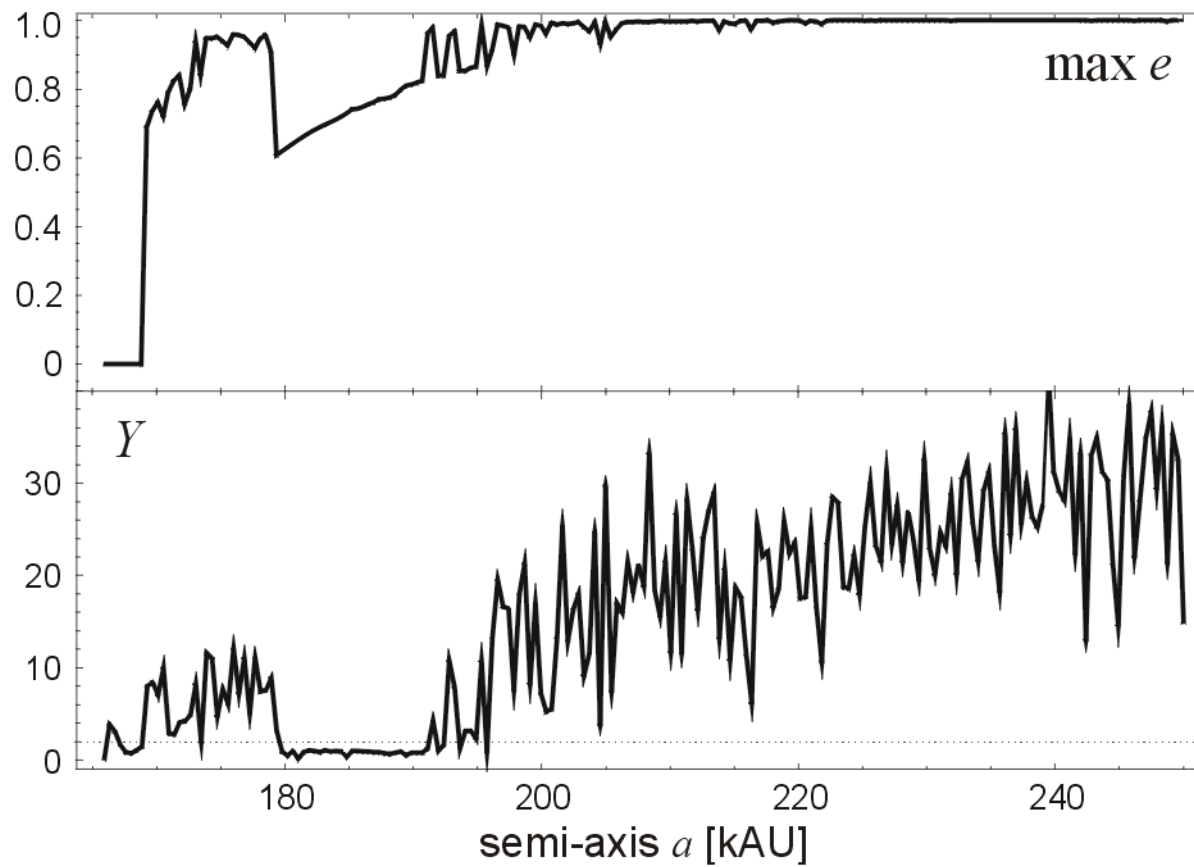
ORBITY C0 (kołowe, równikowe)



ORBITY C2 (kołowe, węzły prostopadłe do centrum)



ORBITY C1 (kołowe, węzły do centrum)



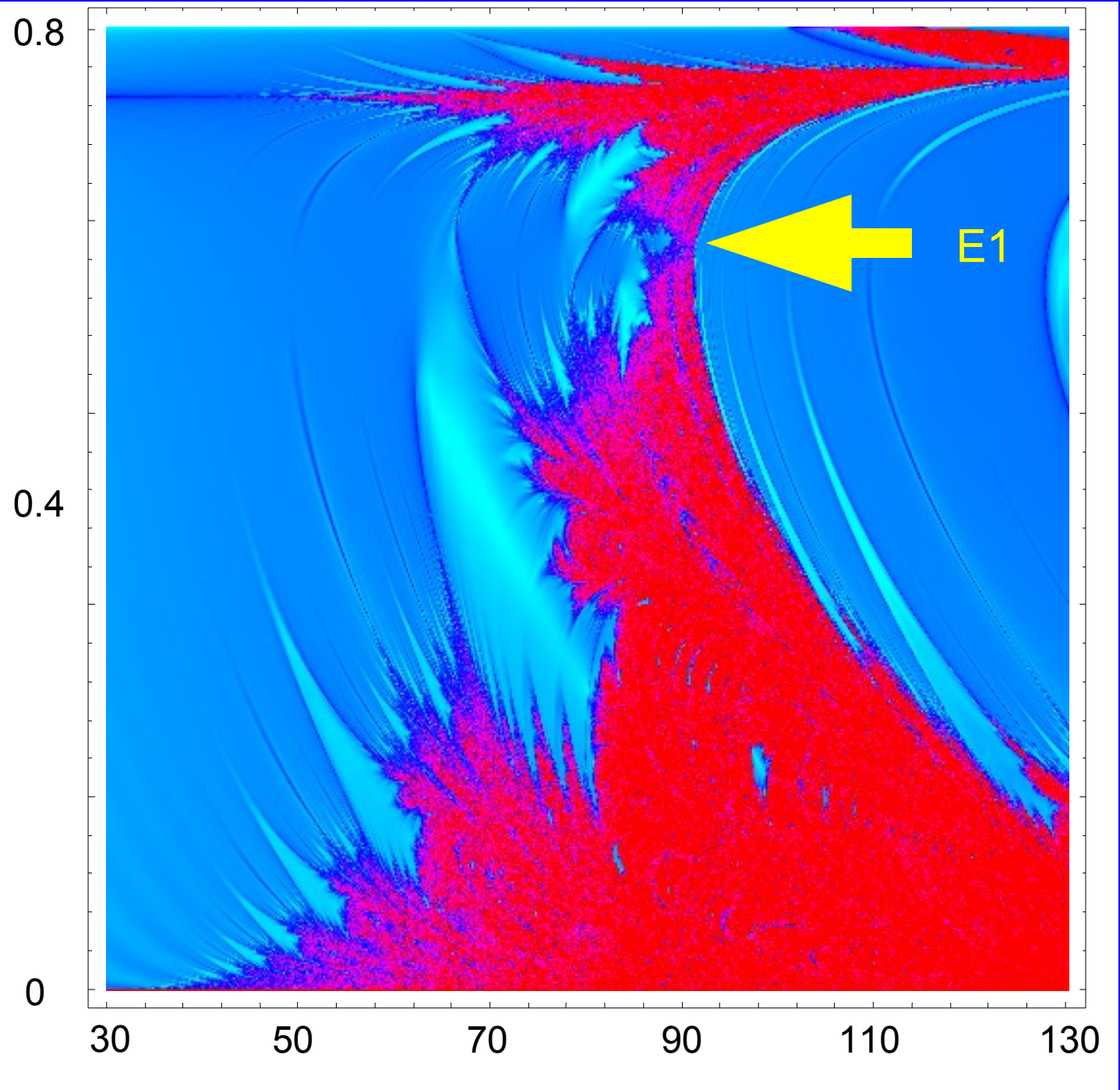
Warunki początkowe:

$h_3 = 0.6$

arg. peryhelim = 90°

dł. węzła = 0°

e



a [kAU]

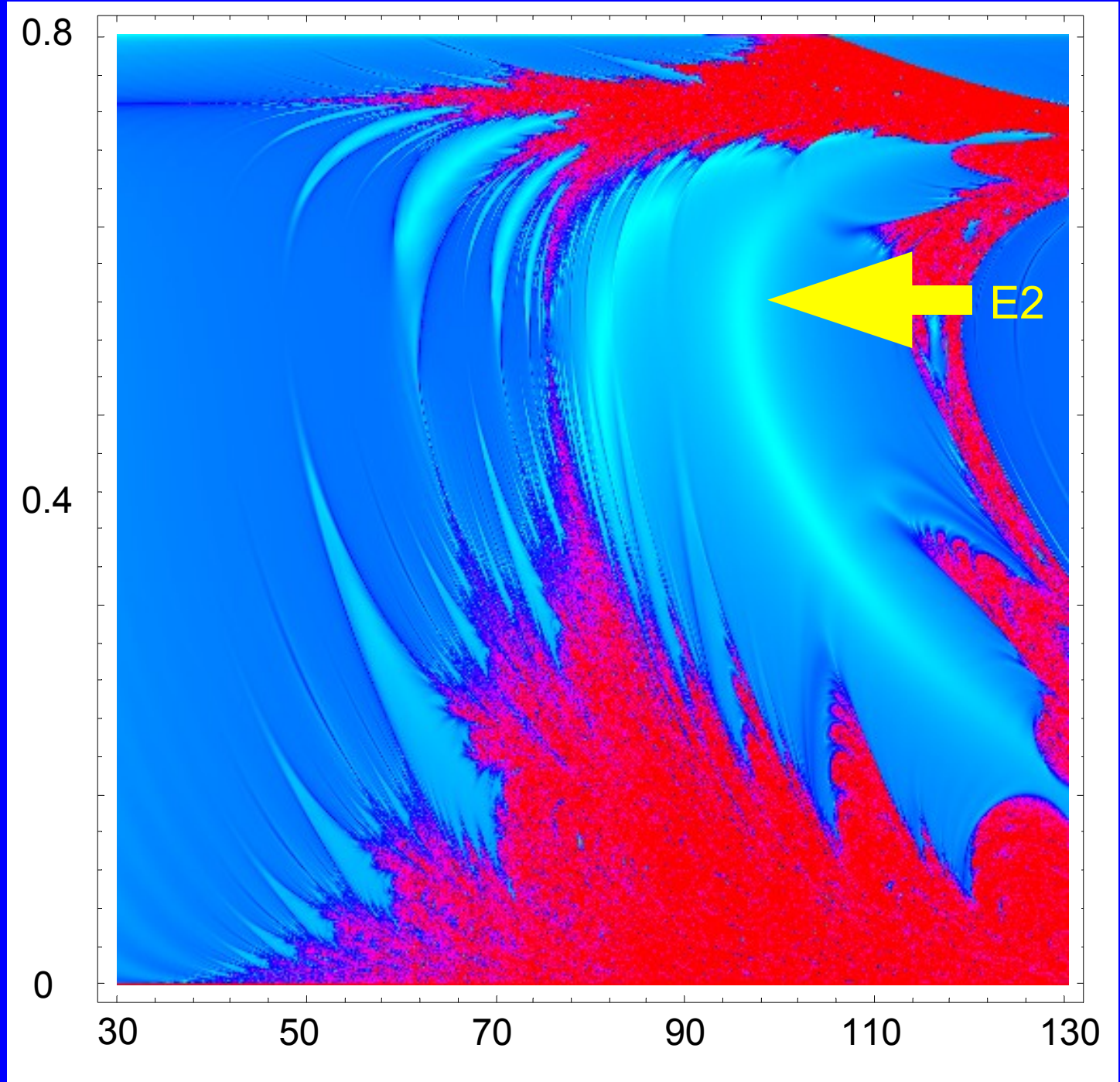
Warunki początkowe:

$h_3 = 0.6$

arg. peryhelim = 90°

dł. węzła = 90°

e



a [kAU]

WNIOSKI

- Choć wiele orbit stacjonarnych ma bardzo duże a , to z niestabilnych możliwa jest migracja do wnętrza obłoku.
- Należy zachować ostrożność przy utożsamianiu niestabilności z wysokim MEGNO.
- Konieczne dalsze badania.